

**CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
iulie 2022**

**Probă scrisă
MATEMATICĂ**

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $E(2-i) = (3+4i)(2-i) - 5(2+i) =$ $= 6 - 3i + 8i + 4 - 10 - 5i = 0$	3p 2p
	b) $E(z) = (3-i)z - 5\bar{z}$, deci, pentru $z = x + iy$, obținem $(3-i)(x+iy) - 5(x-iy) = 15$, unde x și y sunt numere reale $(3x + y - 5x) + i(3y - x + 5y) = 15$, de unde obținem $x = -8$ și $y = -1$, deci $z = -8 - i$	2p 3p
	c) $az_1 - 5\bar{z}_1 = az_2 - 5\bar{z}_2$, deci $a(z_1 - z_2) = 5(\bar{z}_1 - \bar{z}_2)$ $ a(z_1 - z_2) = 5(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) \Rightarrow a z_1 - z_2 = 5 \bar{z}_1 - \bar{z}_2 $ și, cum $ \bar{z}_1 - \bar{z}_2 = z_1 - z_2 = z_1 - z_2 $, obținem $ a z_1 - z_2 = 5 z_1 - z_2 $, de unde, cum $ a \neq 5$, obținem $ z_1 - z_2 = 0$, deci $z_1 = z_2$	2p 3p
	d) $\angle AIN$ este unghi exterior triunghiului AIC , deci $\angle AIN = \angle CAI + \angle ACI$ Cum I este centrul cercului înscris în $\triangle ABC$, semidreptele AI și CI sunt bisectoarele unghiurilor BAC , respectiv ACB , deci $\angle AIN = \frac{1}{2}\angle BAC + \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ACB)$	2p 3p
2.	b) $ANBC$ este patrulater înscritibil, deci $\angle NAB = \angle NCB$ $\angle NAI = \angle NAB + \angle BAI = \frac{1}{2}\angle ACB + \frac{1}{2}\angle BAC$, deci $\angle NAI = \angle AIN$, de unde obținem că triunghiul ANI este isoscel	2p 3p
	c) $\triangle ANI$ este isoscel cu vârful în N , deci $NP \perp AI$, unde P este mijlocul segmentului AI și, cum $AI \perp IM$, obținem că $NP \parallel IM$, deci PQ este linie mijlocie în $\triangle AIM$, unde Q este punctul de intersecție a dreptelor NP și AC Q este mijlocul segmentului AM și M este mijlocul segmentului AC , deci $\frac{CM}{MQ} = 2$ și, cum $NQ \parallel IM$, obținem $\frac{CI}{IN} = \frac{CM}{MQ} = 2$, deci $CI = 2IN$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $f(-2) = (-2)^3 + (-2)^2 - 2m + 1 = -2m - 3$, pentru orice număr real m	2p
	$f(2) = 2^3 + 2^2 + 2m + 1 = 2m + 13$, deci $f(-2) + f(2) = 10$, pentru orice număr real m	3p
	b) $x_1 + x_2 + x_3 = -1$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = m$, pentru orice număr real m $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) = 1 - 2m \Rightarrow 1 - 2m = 3$, deci $m = -1$	2p 3p

	<p>c) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} = \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_1x_3} + \frac{1}{x_2x_3}\right) = \left(\frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3}\right)^2 - \frac{2(x_1 + x_2 + x_3)}{x_1x_2x_3} =$ $= m^2 - 2 < 0$, pentru orice $m \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$</p> <p>Cum $f \in \mathbb{R}[X]$ și are gradul egal cu 3, iar numerele x_1, x_2 și x_3 nu sunt toate numere reale, obținem că polinomul f are o singură rădăcină număr real</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) $f'(x) = -\frac{6x^5 + 6}{(x^6 + 6x)^2}$, $x \in (0, +\infty)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^7 f'(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-(6x^{12} + 6x^7)}{(x^6 + 6x)^2} = -6$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este strict descrescătoare pe $[1, +\infty)$, de unde obținem $f(x) < f(1)$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$</p> <p>$f(1) = \frac{1}{7}$, deci $f(x) < \frac{1}{7}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>c) $\mathcal{A} = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x^5 + 6)} dx = \int_1^2 \frac{x^4}{x^5(x^5 + 6)} dx = \frac{1}{5} \int_1^2 \frac{1}{x^5} \left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^5 + 6} \right) (x^5)' dx =$ $= \frac{1}{30} (\ln x^5 - \ln(x^5 + 6)) \Big _1^2 = \frac{1}{30} (\ln 32 - \ln 38 - \ln 1 + \ln 7) = \frac{1}{30} \ln \frac{112}{19}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<p><i>Itemul de completare elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul cu răspuns scurt elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul de tip pereche elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul de tip întrebare structurată elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	1p
- corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p